

## 平成 29 年度 入学試験問題

### 数 学 問 題 用 紙 (前 期)

試験時間	90分
問題用紙	1～10頁

#### 注 意 事 項

1. 指示があるまで問題用紙は開かないこと。
2. 問題用紙および解答用紙に落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答が終わっても、または試験を放棄する場合でも、試験終了までは退場できない。
4. 携帯電話等の電子機器類は電源を必ず切り、鞆の中にしまうこと。
5. 机には、受験票と筆記用具（鉛筆、シャープペンシル、消しゴム）および時計（計時機能のみ）以外は置かないこと。（耳栓、コンパス、定規等は使用できない。）
6. 問題用紙および解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
7. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
8. この問題用紙の余白は自由に用いてよい。
9. 質問、トイレ、体調不良等で用件のある場合は、無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
10. 中途退室時は、問題用紙および解答用紙を裏返しにすること。
11. 受験中不正行為があった場合は、試験の一切を無効とし、試験終了時間まで別室で待機を命じる。
12. 試験終了後、解答用紙は裏返し、問題用紙は持ち帰ること。

受験番号	
------	--

氏 名	
-----	--

[I] 数列  $\{a_n\}$  が次の式で定められるとき、以下の各問いの答えのみを解答用紙に記せ。

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{3a_n + 1} \quad (n = 1, 2, \dots), \quad a_1 = \frac{1}{2}$$

問1  $a_n$  を  $n$  の式で表せ。

問2  $\sum_{k=1}^n a_k a_{k+1} a_{k+2}$  を  $n$  の式で表せ。

問3  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1} a_{n+2}$  の値を求めよ。

[ II ]  $\theta = \frac{\pi}{7}$  に対して複素数  $z$  を  $z = \cos \theta + i \sin \theta$  ( $i$  は虚数単位) と置くととき, 以下の各問の答えのみを解答用紙に記せ。

問 1  $z^7$  の値を求めよ。

問 2  $z^6 - z^5 + z^4 - z^3 + z^2 - z$  の値を求めよ。

問 3  $\cos \theta$  を  $z$  を用いて表せ。

問 4  $\cos 2\theta$  を  $z$  を用いて表せ。

問 5  $\cos 3\theta$  を  $z$  を用いて表せ。

問 6  $\cos \theta \cdot \cos 2\theta \cdot \cos 3\theta$  の値を求めよ。

問 7  $\cos \theta + \cos 3\theta + \cos 5\theta$  の値を求めよ。

[ III ] 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{\pi}}^x \frac{(x^2 + \sqrt{\pi}t)e^{t^2}}{(x^3 - \sqrt{\pi}x^2 + \pi x - \pi\sqrt{\pi})t^2 \log t} dt$$

[ IV ] 大小 2 つのサイコロを振って出た目をそれぞれ  $m, n$  とする。△OAB において、辺 OA を  $m:n$  に内分する点を C, 辺 OB を  $n:m$  に内分する点を D とし、線分 AD と線分 BC の交点を E とする。また △OAB, △EAB の面積をそれぞれ  $S, T$  とするとき、以下の各問いに答えよ。

問 1  $\frac{T}{S}$  を,  $m, n$  を用いて表せ。

問 2  $\frac{T}{S}$  の最大値を  $M$  とするとき  $M$  の値を求めよ。また  $\frac{T}{S} = M$  となる確率を求めよ。

問 3  $\frac{T}{S}$  の最小値とそのときの  $(m, n)$  の組を求めよ。

[V]  $xy$  平面上に、原点を中心とし共通の焦点を持つ 2 つの楕円  $A, B$  がある。これらの長軸はともに  $x$  軸上にあり、それらの長さはそれぞれ  $2a, 2b$  ( $a, b$  は  $a > b > 0$  を満たす定数) である。 $x$  座標が正および負の焦点をそれぞれ  $F, F'$  とする。 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  を満たす実数  $\theta$  に対して、 $A, B$  上にそれぞれ 2 点  $P, Q$  を、次を満たすようにとる。

$$\angle PFF' = 2\theta, \quad \angle QFF' = \theta, \quad 2 \text{ 点 } P, Q \text{ の } y \text{ 座標は正}$$

原点と焦点との距離を  $d$  ( $d$  は  $d > 0$  を満たす定数) とし、線分  $PF, QF$  の長さをそれぞれ  $p, q$  とするとき、以下の各問いに答えよ。

問 1  $p$  を、 $a, d, \theta$  を用いて表せ。また  $q$  を、 $b, d, \theta$  を用いて表せ。

問 2  $\frac{q}{p}$  が最大値をとるための  $a, b$  の条件を求めよ。またその場合の  $d$  の値の範囲を、 $a, b$  を用いて表せ。

問 3  $\frac{q}{p}$  は最小値をとらないことを証明せよ。